

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土的单轴应力应变关系和双轴强度准则

江见鲸 陆新征
清华大学土木系

2005

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

试题

When $\Delta=2.1$

- $\alpha=0.5, F=?$
- $\alpha=-0.5, F=?$
- $\alpha=-1.0, F=?$
- $\alpha=-2.0, F=?$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土的组成

- 混凝土:
 - 微观层次: 水泥凝胶、氢氧化钙结晶、未水化的水泥颗粒、空隙、毛细管、孔隙水、气泡……
 - 细观层次: 水泥浆、粗骨料
 - 宏观层次: 均匀材料

区分界限:
小于骨料粒径、骨料粒径、3~4倍骨料粒径

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系

- 骨料与砂浆之间的交界面是混凝土的薄弱环节

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

典型单轴应力应变关系

- 0~a, 弹性阶段
- a~b, 裂缝稳定扩展阶段
- c~d, 不稳定裂纹扩展阶段

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

体积膨胀

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

轴向应力应变曲线

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

侧向应力应变曲线

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

泊松比

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

不同标号混凝土

- 应力
- 应变

混凝土
加载头
刚性构件

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

加载速度

- 非常高的速度加载(核爆炸), 可以提高混凝土强度20%~30%

加载速度越快, 强度越高, 破坏越脆性

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

侧向约束

- 支座、箍筋、侧压力.....

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (1)

- GB50010-2002推荐公式

$$y = a_0 x + (3 - 2a_0)x^2 + (a_0 - 2)x^3$$

$$y = \frac{x}{a_0(x-1)^2 + x}$$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (2)

- Rush公式

GB: 0.0033
BS: 0.0035

$$\sigma = \sigma_0 \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

$$\sigma = \sigma_0$$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (3)

- Hognestad (1951)

$$\sigma = \sigma_0 \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 - 0.15 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \varepsilon_0} \right) \right]$$

有限元分析推荐:
认同度高、下降段相对稳定

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (4)

- 梅村魁

$$\sigma = 6.75\sigma_0 \left[e^{-0.15 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)} - e^{-0.25 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)} \right]$$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (5)

- Saenz公式

$$\sigma = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + \left(\frac{E_0}{E_s} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^3}$$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (6)

- Elwi & Murray

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{A + B\varepsilon + C\varepsilon^2 + D\varepsilon^3}$$

影响很广, 在ADINA81里面就使用了, 一直到现在, 可见这个模型还是受到广泛欢迎的

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

应力应变关系 (7)

- Sargin公式

$$\sigma = k_s f_c \frac{\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right) + (D-1)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2}{1 + (D-2)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right) + D\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2}$$

适合用来描述各种标号混凝土，一般约束混凝土，被CEB-FIP MC90采用

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

弹性模量

- 割线弹性模量 $E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon}$
- 切线弹性模量 $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

附注

- 在弹塑性有限元程序中使用受压曲线，往往需要弹性极限，一般建议取为抗压强度的1/3
- 混凝土的抗压强度有两种定义，一个是棱柱体强度（中国），一个是圆柱体强度（日本，美国），应该注意其差别
- 混凝土受压软化不但是材料行为，同时也是一种几何行为，和试件高度、约束刚度密切相关

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土受拉应力应变关系

- 早期对混凝土的认识：脆性材料，受拉不存在下降段
- 精细试验发现混凝土受拉也存在一个下降段
- 现在一般认为混凝土、岩石等属于半脆性材料 (quasi-brittle)
- 混凝土受拉更容易受到偶然因素的影响，比受压更加不稳定

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土的拉伸实验

- 难题
 - 夹具：胶粘、预埋钢筋
 - 脆性破坏：高刚度试验机
 - 破坏观测：灌注墨水

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

拉伸试验机

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土受拉曲线的表示方法

- 基于裂缝宽度的表示方法
 - 优点：与标距无关，与构件尺寸关系不大
 - 缺点：裂缝宽度观测非常困难，而且是构件表面裂缝的宽度
- 基于应变的表示方法
 - 优点：量测容易
 - 缺点：受标距、构件尺寸影响较大

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

不同应变片的行为

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

全截面开裂发展

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

常用软化曲线表示方法

- 直线下降型
- 双折线下降型
- 指数下降型
- 幂函数下降型
- 分数下降型

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

举例

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴实验

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土破坏照片

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

双轴压缩应力应变关系

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

双轴拉伸应力应变关系

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

拉压应力应变关系

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土的双轴试验破坏包络线

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》


混凝土双轴强度特点(1)

- 混凝土的一向抗压强度随着另一向压力的增大而加大
- 最大压应力在两个主应力比为 $\sigma_1/\sigma_2=0.5$ 处发生, 约为抗压强度的1.22~1.27倍
- 当双向等压时, 强度约为单向受压强度的1.16~1.20倍

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴强度特点(2)


- 在一向受拉一向受压时，混凝土受压方向的抗压强度随另一方向拉应力的增加而降低



清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴强度特点(3)

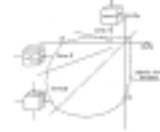
- 双向受拉时，混凝土的抗拉强度基本上不受另一方向的影响，即双向抗拉强度和单向抗拉强度基本相等



清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴强度特点(4)


- 双向应力状态，混凝土的应变大小与应力状态的性质(是受拉还是受压)有关



清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴强度特点(5)


- 接近破坏时，试块的体积会增加



清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

混凝土双轴强度特点(6)

- 对于普通混凝土，强度包络图受加载路径影响很小



清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

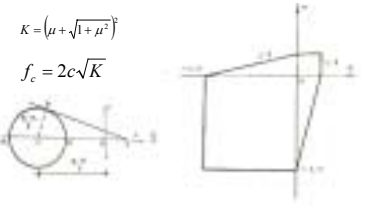
双轴应力强度的计算公式

- 修正的莫尔-库仑准则
- Kupfer公式
- 多折线公式
- 双参数公式

清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

修正的莫尔库仑准则

$$K = (\mu + \sqrt{1 + \mu^2})$$

$$f_c = 2c\sqrt{K}$$


清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

莫尔库仑准则的特点

- 公式简单
- 强度偏小，偏于安全


清华大学研究生课程——《钢筋混凝土有限元》

Kufer公式

双向受压: $\sigma_c = \frac{1+3.65\alpha}{(1+\alpha)^2} f_c$ ($0 \leq \alpha = \sigma_1 / \sigma_2 \leq 1$)

一拉一压: $\sigma_u = (1 - 0.8 \frac{\sigma_1}{f_t}) f_c$ ($\alpha < 0$)

双向受拉: $\sigma_t = f_t$, $\sigma_2 = f_t$



多折线公式

Liu-Nilson-Slate

双向受压: $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2 \leq 0.2$

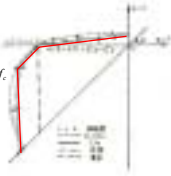
$$\sigma_{2c} = (1 - \frac{\alpha}{1.2 - \alpha}) f_c$$

$$\sigma_{1c} = \alpha \sigma_{2c}$$

$0.2 < \alpha \leq 1.0$

$$\sigma_{2c} = 1.2 f_c$$

$$\sigma_{1c} = \alpha \sigma_{2c}$$



作业

- 任选三种受压应力应变关系
- 作 $\frac{\sigma}{f_c} - \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ 曲线
- 求 E_s, E_t

多折线公式

双向受压: $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2 \leq 0.5$ $\sigma_{2c} = (0.46 \frac{\alpha}{f_c} - 0.9) f_c'$

$$\sigma_{1c} = \alpha \sigma_{2c}$$

$0.5 < \alpha \leq 1.0$

$$\sigma_{2c} = (-1.08 \frac{\alpha}{f_c} - 1.28) f_c'$$

$$\sigma_{1c} = \alpha \sigma_{2c}$$

一拉一压: $\sigma_{2c} = (-1.6 \frac{\alpha}{f_c} - 0.9) f_c'$

双向受拉: $\sigma_{1c} = f_t = 0.055 f_c'$



双参数公式

$$a \frac{I_1}{f_c} + b \frac{\sqrt{I_2}}{f_c} - 1 = 0$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} (f_c / f_c - 1) \\ b = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + f_c / f_c) \end{cases} \text{ 当 } \sigma_1 > 0$$

$$\begin{cases} a = 1 + f_c / f_c \\ b = \sqrt{3} (2 - f_c / f_c) \end{cases} \text{ 当 } \sigma_1 \leq 0$$

